4.1. Распространение света в изотропных средах.

Процесс распространения света в средах можно разделить на следующие стадии:

1 Локальный отклик среды.

Поляризация вещества $\vec{p} = \chi \vec{E}$, где χ - диэлектрическая восприимчивость.

2 Переизлучение света, поглощение.

3 Интерференция переизлученных волн.

Волновое уравнение для среды имеет вид:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0$$

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$, подставив в волновое уравнение, получим дисперсионное соотношение

$$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega) = 0\,;$$

$$k = \frac{\omega}{c}n(\omega),$$

где $k = \frac{\omega}{c}$ - значение волнового вектора в вакууме, $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$.

4.1.1. *Изотропные разряженные среды.*

Рассмотрим распространение плоской монохроматической волны в изотропной разряженной среде. При этом можно положить, что напряженность электрического поля в среде равна напряженности поля в вакууме.

Оптические электроны среды под воздействием электромагнитной волны совершают вынужденные колебания.

Уравнение локального отклика для такого электрона будет иметь вид:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = eE/m\,,$$

где x-смещение электрона от положения равновесия, ω_0-собственная частота колебаний электрона, γ-коэффициент затухания, e-заряд электрона, $E = E_0 e^{-i\omega t}$-напряженность электрического поля вынуждающей волны.

Решение данного уравнения ищем в виде $x = x_0 e^{-i\omega t}$. Подстановка в уравнение локального отклика дает для смещения электрона

$$x = \frac{eE}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}\,. \qquad (1)$$

Найдем поляризацию

$$P = exN\,, \qquad (2)$$

здесь N-концентрация оптических электронов. Индукция электрического поля $D = E + 4\pi P$, с другой стороны $D = \varepsilon E$. С учетом выражений (1) и (2) получим для диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi e^2}{m} N \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma} \; .$$

То есть мы получили, что диэлектрическая проницаемость имеет комплексный вид $\varepsilon = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$.

Рассмотрим физический смысл действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости ε_1 и ε_2.

Зная, что $\varepsilon = n^2$, введем комплексный показатель преломления $n = n_1 + in_2$

$n^2 = n_1^2 - n_2^2 + 2in_1n_2$,

тогда

$\varepsilon_1 = n_1^2 - n_2^2$ и

$\varepsilon_2 = 2in_1n_2$

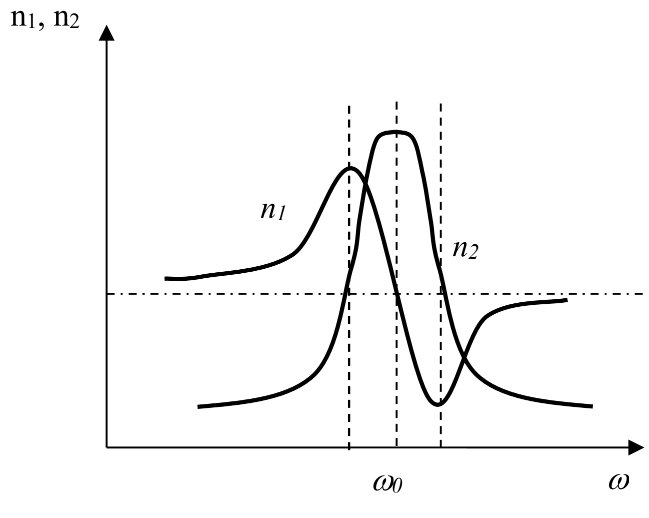
Найдем действительные и мнимые части ε.

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi e^2}{m} N \frac{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\omega\gamma\right)^2}$$ отсюда

$$n_1^2 - n_2^2 = 1 + \frac{4\pi e^2}{m} N \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\omega\gamma\right)^2}$$

В разряженных изотропных средах $n_1 \approx 1$, $n_2 << 1$, в этом приближении

$$n_1 = 1 + \frac{2\pi e^2}{m} N \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\omega\gamma\right)^2}$$



$$n_2 = \frac{2\pi e^2}{m} N \frac{\omega\gamma}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\omega\gamma\right)^2} \; .$$

С учетом того, что $\omega_0 - \omega << \omega$, в оптическом диапазоне, представим $\omega_0^2 - \omega^2 = 2\omega(\omega_0 - \omega)$. Тогда

$$n_1 = 1 + \frac{\pi e^2}{m\omega_0^2} N \frac{(\omega_0 - \omega)}{(\omega_0 - \omega)^2 + \left(\gamma/2\right)^2}$$

$$n_2 = \frac{\pi e^2}{2\omega_0 m} N \frac{\gamma}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}$$

Рассмотрим случай нормального падения света на изотропную среду

$$\vec{k}\,\vec{r} = kz = k_1 z + i k_2 z$$

$$E = E_0 e^{-\frac{\omega}{c} n_2 z} e^{-i(\omega t - k_1 z)}$$

Получили закон Бугера

$$E = E_0 e^{\left(-\frac{\alpha}{2} z\right)} e^{-i(\omega t - k_1 z)}$$

Отсюда коэффициент поглощения

$$\alpha = 2\frac{\omega}{c} n_2$$

$$\alpha = \frac{\pi N e^2}{mc} \frac{\gamma}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4}}$$ - Дисперсия коэффициента поглощения

$\omega t - \frac{\omega}{c} n_1 z$ Уравнение движения фазы

Отсюда $\frac{dz}{dt} = V_\Phi$, $V_\Phi = \frac{c}{n_1(\omega)}$

$$V_\Phi = \frac{c}{1 + \frac{\pi N e^2}{mc} \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4}}}$$

Закон дисперсии фазовой скорости.

$\frac{dn}{d\omega} > 0$ -Область нормальной дисперсии.

$\frac{dn}{d\omega} < 0$ -Область аномальной дисперсии.

Диэлектрическая проницаемость возрастает в области низких частот.

4.1.2. ***<u>Конденсированые среды.</u>***

В конденсированных средах учитываются взаимодействия осцилляторов друг с другом.

$\vec{E}_0 = \vec{E} + \frac{4}{3}\pi \vec{p}$ - действующее поле в такой среде.

Уравнение локального отклика в конденсированной среде имеет вид

$$\ddot{\vec{x}} + \gamma\dot{\vec{x}} + \omega_0^2 \vec{x} = \frac{e}{m}\left[\vec{E} + \frac{4}{3}\pi\vec{p}\right]$$

,где $\vec{p} = Ne\,\vec{x}$, $\vec{p} = \chi \vec{E}$, $E = E_0 e^{-i\omega t}$

$n^2 = 1 + 4\pi\chi$, то есть $\chi = \frac{n^2 - 1}{4\pi}$

Перейдем к $\vec{p}$

$$\ddot{\vec{p}} + \gamma\dot{\vec{p}} + \omega_0^2 \vec{p} = \frac{Ne^2}{m}\vec{E}\left(1 + \frac{4}{3}\pi\chi\right)$$

$$p = \chi E$$
$$\dot{p} = -i\omega\chi E$$
$$\ddot{p} = -\omega^2 \chi E$$

Получили:

$$\chi\left(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega r\right) = \frac{Ne^2}{m}\left(1 + \frac{4}{3}\pi\chi\right)$$

$$1 + \frac{4}{3}\pi\chi = 1 + \frac{n^2 - 1}{3} = \frac{2 + n^2}{3}$$

Введем рефракцию

$$R = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi Ne^2/3m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega r}$$ - формула Лоренц-Лоренца

4.1.3 .Оптические свойства сред в ИК, видимой и УФ областях спектра.

Наиболее общий результат полученный для n , можно обобщить на случай если осциллятор имеет набор частот.

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi Ne^2}{m}\sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}$$

Здесь f_i - сила осциллятора- вероятность его возбуждения, (в классическом случае $Nf_i = N_I$)

В этом случае спектр будет иметь несколько полос поглощения.

Рассмотрим свойства сред в ИК-области спектра.

Ведем рассмотрение вдали от линии поглощения.

В этом случае в процессе поляризации участвует также и ядра вещества.

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi Ne^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{4\pi q^2}{M}\frac{1}{\Omega_0^2 - \omega^2}$$

При этом $\Omega_0^2 << \omega_0^2$,то есть вклад в показатель поглощения колебаний ядер более значителен, чем электронов

Диэлектрическая проницаемость возрастает в области низких частот.

Например, у воды:

Для ν ~10^{14} - оптический диапазон $n = 1{,}33$

статическое $n = 9$; $\varepsilon = 81$

2. У. Ф.- область спектра.

В этом случае $\omega >> \omega_0$, частица может считаться свободной (аналог электроны в металле).

$n^2 = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$, где $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi N e^2}{m}}$ - плазменная частота.

При $\omega_p > \omega$; n - мнимое вещество становится непрозрачным, есть только поглощение.

При $\omega_p < \omega$; $n < 1$.

Наблюдается явление полного внутреннего отражения от диэлектрика рентгеновских лучей.

Оценим ω_p для конденсированной среды $N = 10^{22}$, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$.

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{22}(4{,}8 \cdot 10^{-10})^2}{10^{-27}}} \approx 5 \cdot 10^{15}\ \text{Гц}$$